

# Karmaşık Hedeflerin Yüksek Frekans Saçılım Problemlerinin Çok Seviyeli Fiziksel Optik Algoritmasıyla Çözümü<sup>†</sup>

Alp Manyas<sup>1</sup> ve Levent Gürel<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

<sup>2</sup>Bilişimsel Elektromanyetik Araştırma Merkezi (BiLCEM)

Bilkent Üniversitesi

TR-06800, Bilkent, Ankara

E-posta: alp@ee.bilkent.edu.tr, lgurel@bilkent.edu.tr

**Özet:** Gerçek yaşamdaki radar uygulamaları, elektriksel boyutları büyük olan karmaşık geometrilerin elektromanyetik saçılım problemlerinin çözümünü gerektirir. Bu tür problemlerin çözümü için, fiziksel optik (FO) yöntemi sıkça kullanılan yüksek frekans tekniklerinden biridir. Çok seviyeli FO algoritması (ÇSFOA), belli bir frekans ve/veya açı aralığında pek çok çözümün istendiği saçılım problemlerinde, gerekli hesaplama zamanını önemli ölçüde azaltabilmektedir. Bu bildiriye, düzensiz üçgenlemelere uyarlanarak ÇSFOA'nın daha da hızlandırılabilceği gösterilmiştir.

## 1. Giriş

Gerçek hayat radar uygulamalarında karşılaşılan, elektriksel boyutları büyük olan karmaşık geometrilerin elektromanyetik saçılım problemlerinin çözümü için, fiziksel optik (FO) ve kırınımın fiziksel teorisi (KFT) sıkça kullanılan yüksek frekans teknikleridir. Bu çözümler belli bir frekans ve/veya açı aralığında istendiği zaman, çözüm için gereken zaman oldukça artabilmektedir. Bunun nedeni, saçılım problemlerinin çözümü için açıda ve frekansta gerekli olan örnekleme sıklığının, hedefin elektriksel boyutları ile doğru orantılı olmasıdır. Karmaşık geometrilerin üçgenlere bölünmesi ve FO integralinin bu üçgenler üzerinde analitik olarak hesaplanması sıkça kullanılan bir yöntemdir. Üçgen boyu ile ilgili kesin bir kural olmamasına karşın, gerekli koşul üçgenlerin yüzeyi düzgün olarak tanımlayabilmeleridir. Bu nedenle çok seviyeli fiziksel optik algoritmasının (ÇSFOA) [1] verimliliğinin, üçgen boyunun yüzey eğriliği ile belirlendiği düzensiz üçgenleme kullanılarak artırılabilceği gösterilmiştir.

## 2. Çok Seviyeli Fiziksel Optik Algoritması (ÇSFOA)

Bir yüzeyden saçılan FO elektrik alanının, frekans ve açıda, yeterli sıklıkta örneklenebilmesi için gereken toplam örnek sayıları, yüzeyin büyüklüğü ile doğru orantılıdır. Bu nedenle, frekans ve açıda gerekli örnek sayılarının karmaşıklığı sırasıyla,  $N_f = O(R)$  ve  $N_\phi = O(R)$  olarak yazılabilir. Burada  $R$ , hedefi çevreleyen en küçük kürenin yarıçapıdır. Öte yandan, düzenli bir üçgenlemede üçgen sayısı, hedefin yüzey alanı ile doğru orantılıdır. Bu nedenle, düzenli bir üçgenlemedeki üçgen sayısının karmaşıklığı,  $N_\triangle = O(R^2)$  olarak yazılabilir. Böylelikle, her bir aydınlanma için, tüm yüzey üzerinden hesaplanan geri saçılım sinyalinin istenen frekans ve açı aralığında hesaplanmasının karmaşıklığı

$$N_a \times N_f = O(R^2) \times O(R) \times O(R) = O(R^4) \quad (1)$$

olarak bulunur. Çok seviyeli FO yönteminde ise, saçılımın hesaplanacağı  $S$  yüzeyi,  $Q$  adet örtüşmeyen alt yüzeye ayrılır. Bu alt yüzeylerin her biri,  $S$  yüzeyinden daha küçük olacakları için, saçılımlarının frekans ve açıda  $S$  yüzeyi için gerekenden daha az örneklenmesi mümkün olacaktır. Daha sonra, her bir alt yüzeyin saçılımları toplanarak,  $S$  yüzeyinin saçılımı bulunur. Böylelikle, herhangi bir  $S$  yüzeyi üzerinde alınan FO integrali şu şekilde yazılabilir:

<sup>†</sup> Bu çalışma, Türkiye Bilimler Akademisi (LG/TÜBA-GEBİP/2002-1-12), TÜBİTAK (105E172), ASELSAN ve SSM tarafından desteklenmektedir.

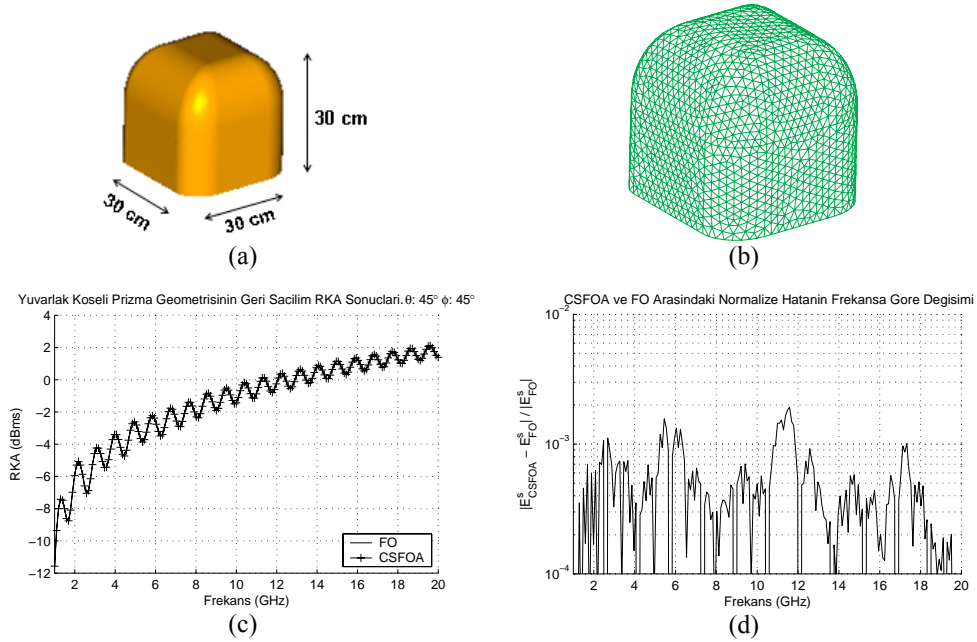
$$\Psi S = \sum_{q=1}^Q E[\bar{\mathbf{r}}_q] \mathbf{I}_{\bar{N}_f \bar{N}_\phi}^{N_f N_\phi} O[\bar{\mathbf{r}}_q] \Psi \bar{S}_q. \quad (2)$$

Bu denklemdeki  $\mathbf{I}_{\bar{N}_f \bar{N}_\phi}^{N_f N_\phi}$  matrisi,  $\bar{N}_f \times \bar{N}_\phi$  örnek sayısı,  $N_f \times N_\phi$  örnek sayısına yükseltilirken kullanılan aradeğerleme yöntemidir. Burada  $\bar{\mathbf{r}}_q$ ,  $q$ 'uncu alt yüzeyin merkezi,  $O[\bar{\mathbf{r}}_q]$   $e^{j2\mathbf{k} \cdot \bar{\mathbf{r}}_q}$  çarpanının aradeğerlemeden önce saçılımdan ayrılması,  $E[\bar{\mathbf{r}}_q]$  ise bu çarpanın aradeğerlemeden sonra saçılıma dahil edilmesidir.

Çok seviyeli FO yöntemi, (2)'nin özyineli (recursive) olarak uygulanmasıdır. (2)'deki alt yüzeylerin her biri, tekrar alt yüzeylere bölünür ve bu işlem, oluşan alt yüzeylerin büyüklüğü dalga boyunu yakınsayana kadar devam ettirilir. Böylelikle,  $S$  yüzeyi için elde edilen geri saçılım sinyali aşağıdaki halini alır:

$$\Psi S = \sum_{q=1}^Q E[\bar{\mathbf{r}}_q] \mathbf{I}_{\bar{N}_f \bar{N}_\phi}^{N_f N_\phi} O[\bar{\mathbf{r}}_q] \sum_{q=1}^Q E[\bar{\mathbf{r}}_q] \mathbf{I}_{\bar{N}_f \bar{N}_\phi}^{N_f N_\phi} O[\bar{\mathbf{r}}_q] \dots \Psi \bar{S}_q. \quad (3)$$

En alt seviyedeki alt yüzeylerden saçılım hesaplanmasının karmaşıklığı  $O(R^2)$ 'dir. Her bir seviyede bir üst seviyeye geçerken yapılacak olan aradeğerlemelerin karmaşıklığı ise  $O(R^2)$ 'dir. Yaklaşık  $O(\log R)$  adet seviye olduğu düşünülürse, ÇSFOA'nın karmaşıklığı  $O(R^2) + O(R^2)O(\log R) = O(R^2 \log R)$  olarak bulunur. Bu sonuç, (1)'de verilen FO yönteminin  $O(R^4)$  karmaşıklığı ile karşılaştırıldığı zaman ÇSFOA'nın verimliliği ortaya çıkar.



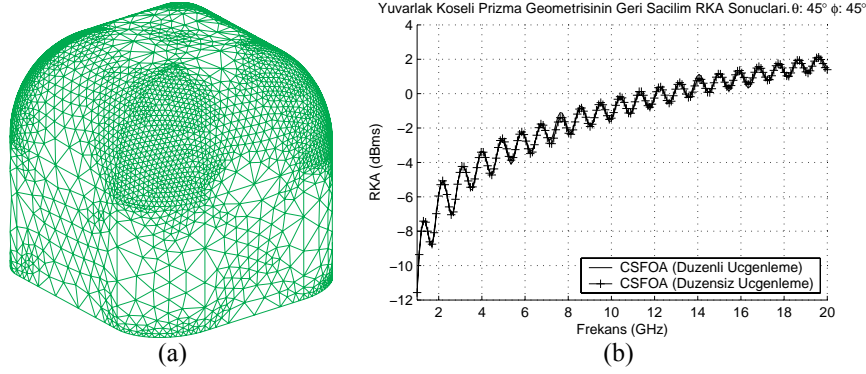
**Şekil 1.** (a) Köşeli prizma geometrisi. (b) Köşeli prizma geometrisinin 3 mm'lik düzenli üçgenlemesi. (c) Frekansa bağlı radar kesit alanı (RKA) değerleri. (d) Saçılan elektrik alandaki düzelenmiş (normalize) hata.

Şekil 1'de gösterilen köşeleri yuvarlatılmış prizma geometrisi, yuvarlatılmış köşelerinden biri yönünde aydınlatılarak, frekansa bağlı geri saçılım, 1–20 GHz frekans aralığında ÇSFOA ve FO ile hesaplanmıştır. Bu problemde 20 GHz'te dalga boyunun  $1/5$ 'ine karşılık gelen 3mm'lik düzenli üçgenleme kullanılmıştır ve bu üçgenlemede yaklaşık 118,000 üçgen bulunmaktadır. Bu problemde saçılımın ÇSFOA ile

hesaplanması yaklaşık 16 s, FO ile hesaplanması ise yaklaşık 100 s sürmüştür. Şekil 1'den de anlaşılacağı gibi, ÇSFOA ile elde edilen sonuçlardaki düzgelenmiş hata, frekans eksenini boyunca  $10^{-3}$  seviyesinin altındadır.

### 3. ÇSFOA'nın Düzensiz Üçgenlemelere Uygulanması

Karmaşık geometrilerin üçgenlere bölünmesi ve FO integralinin bu üçgenler üzerinde analitik olarak hesaplanması sıkça kullanılan bir yöntemdir. Üçgen boyu ile ilgili kesin bir kural olmamasına karşın, gerekli koşul üçgenlerin yüzeyi düzgün olarak tanımlayabilmeleridir. Bu koşulu mümkün olan en az sayıdaki üçgen ile sağlamak için, üçgen boyunun yüzey eğriliği ile belirlendiği düzensiz üçgenleme kullanılabilir. Bu durumda, FO integrali üçgenler üzerinde analitik olarak hesaplanacağı için ÇSFOA karmaşıklığı  $N_{ii} + N_{ii}O(\log R) = O(N_{ii} \log R)$  olacaktır. ÇSFOA'da sadece en alt seviyedeki alt yüzeylerin saçılımı FO integrali ile hesaplanır. Daha üst seviyelerdeki ve daha büyük alt yüzeylerin saçılımları ise aradeğerleme ve toplama işlemleri ile bulunur. ÇSFOA bir düzensiz üçgenlemeye uygulandığı zaman, üçgen boyları yüzey eğriliğine göre çok çeşitlilik gösterebileceği için, bazı üçgenlerin büyüklüğü en alt seviyedeki maksimum yüzey büyüklüğünden fazla olabilir. En alt seviyedeki alt yüzeylerden daha büyük olan üçgenler, büyüklüklerine göre uygun seviyelerde toplama işlemine dahil edildiği zaman ÇSFOA'nın verimliliğinden ödün verilmemiş ve üst seviyelere gidildikçe aradeğerleme hatasının artmasının önüne geçilmiş olur.



Şekil 2. (a) Yuvarlak köşeli prizma geometrisinin düzensiz üçgenlemesi. (b) Aynı geometrinin düzenli ve düzensiz üçgenlemelerinin ÇSFOA ile hesaplanan RKA değerleri.

Yuvarlak köşeli prizma geometrisinin yaklaşık 9,500 üçgenden oluşan düzensiz üçgenlemesi ve yaklaşık 118,000 üçgenden oluşan düzenli üçgenlemesi ÇSFOA ile çözülmüş ve sonuçlar, Şekil 2'de karşılaştırılmıştır. Düzensiz üçgenlemenin ÇSFOA çözümü yaklaşık 1.8 s, düzenli üçgenlemenin ÇSFOA çözümü ise yaklaşık 16 s sürmüştür.

### 4. Sonuç

ÇSFOA algoritması, FO hesaplamalarının  $O(R^4)$  olan karmaşıklığını  $O(R^2 \log R)$ 'a indirebilmektedir. ÇSFOA düzensiz üçgenlemelere uygulanarak bu karmaşıklık daha da azaltılarak  $N_{ii}$  üçgenden oluşan düzensiz bir üçgenleme için ÇSFOA karmaşıklığının  $O(N_{ii} \log R)$ 'a kadar düşürülebileceği gösterilmiştir.

### Kaynaklar

- [1] A. Boag, "A fast physical optics (FPO) algorithm for high frequency scattering," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, cilt 52, s. 197-204, Ocak 2004.
- [2] S. Sefi ve J. Opielstrup, "Physical optics and NURBS for RCS calculations," *Proceedings of EMB04 Computational Electromagnetics*, s. 90-97, Chalmers Tech. Univ., İsveç, Ekim 2004.
- [3] W. B. Gordon, "Far-field approximations to the Kirchhoff-Helmholtz representation of scattered fields," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, cilt 23, s. 590-592, Temmuz 1975.