

# Sonlu Periyodik Diyelektrik Yapılara Ait Elektromanyetik Geçirgenlik Özelliklerinin İntegral Denklemleri ve Çok Seviyeli Hızlı Çokkutup Yöntemiyle İncelenmesi<sup>†</sup>

Seçil Kılınç<sup>1,2</sup>, Özgür Ergül<sup>1,2</sup> ve Levent Gürel<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

<sup>2</sup>Bilişimsel Elektromanyetik Araştırma Merkezi (BiLCEM)

Bilkent Üniversitesi

TR-06800, Bilkent, Ankara

E-posta: {kilinc,ergul,lgurel}@ee.bilkent.edu.tr

**Özet:** Bu çalışmada, dikdörtgenler prizması şeklindeki diyelektrik katmanların periyodik olarak dizilmesiyle elde edilen frekans seçici yapılar incelenmiştir. Sonlu sayıda ve boyutlarda dielektrik katmanlardan meydana gelen bu yapıların gerçekçi ve yüksek doğrulukta benzetimleri için yüzey integral denklemleri kullanılmıştır. Dalga boyuna göre küçük üçgenlerin kullanılmasıyla ayrıklaştırılan yüzeyler üzerindeki eşdeğer elektrik ve manyetik akımları Rao-Wilton-Glisson fonksiyonlarıyla açılmıştır. Elde edilen büyük matris denklemleri çok seviyeli hızlı çokkutup yöntemiyle iteratif olarak çözülmüştür. İteratif yakınsamaların hızlandırılması amacıyla öniyileştirici tekniklerden faydalanılmıştır. Saçılan elektromanyetik alanların hesaplanmasıyla birlikte, çeşitli gözlem noktalarındaki toplam güç ve güç geçirgenliği değerleri elde edilmiş, bu değerler frekansa bağlı olarak incelenmiştir.

## 1. Giriş

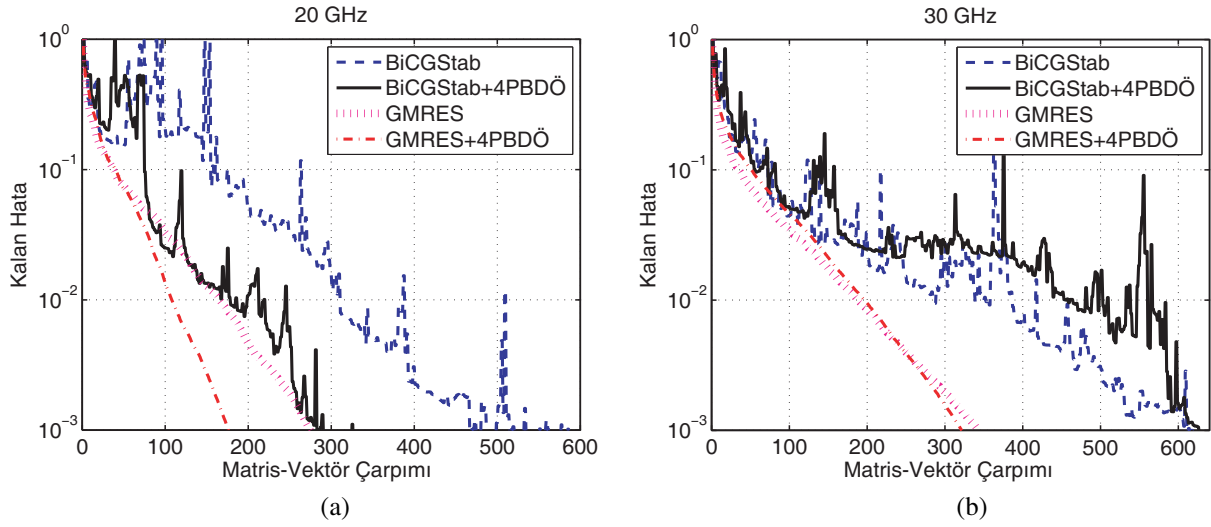
Metalik veya diyelektrik cisimlerin periyodik olarak bir araya getirilmesiyle oluşturulan yapılar, frekans seçici özelliklerinden dolayı antenler ve radarlar gibi çeşitli alanlarda kullanılmaktadır. Özellikle, dikdörtgenler prizması şeklindeki diyelektrik katmanların periyodik olarak dizilmesiyle elde edilen yapılar, göreceli olarak kolay imal edilebilmelerinden dolayı büyük öneme sahiptirler [1]. Bu yapıların elektromanyetik benzetim ortamlarında modellenmeleri ve varolan tasarımlarının iyileştirilmesi de son derece önemlidir. Bu çalışmada, periyodik dielektrik katmanların elektromanyetik geçirgenlik özellikleri yüksek doğrulukta incelenmiştir. Problemlerin formülasyonları için yüzey integral denklemleri kullanılmış, yüzeyler üzerinde tanımlanan eşdeğer akımlar Rao-Wilton-Glisson fonksiyonlarıyla ayrıklaştırılmıştır. Sonlu sayıda ve boyutlardaki katmanların yüksek hassasiyetteki çözümlerinde yüzbinlerce bilinmeyenli matris denklemleri elde edilmiştir. Bu denklemler iteratif olarak çözülmüş, ihtiyaç duyulan matris-vektör çarpımları çok seviyeli hızlı çokkutup yöntemi (ÇSHÇY) [2] ile, çözümlerin hassasiyetinden ödün vermeden, hızlı ve verimli bir biçimde gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, iteratif yakınsamaların hızlandırılması amacıyla öniyileştirici tekniklerden faydalanılmıştır. Geliştirilen benzetim ortamı sayesinde, diyelektrik katmanlardan oluşan frekans seçici yapılara ait geçirgenlik problemlerinin yüksek doğrulukta çözümleri elde edilmiştir.

## 2. Yüzey İntegral Denklemleri

Diyelektrik problemlerin çözümleri için literatürde pek çok yüzey formülasyonu bulunmaktadır. Bunlardan en çok kullanılanları Poggio-Miller-Chang-Harrington-Wu-Tsai (PMCHWT) ve Müller formülasyonlarıdır. Öte yandan, yakın zamanda geliştirilen elektrik ve manyetik akımı birleşik alan integral denklemi (EMABAİD) [3], özellikle büyük problemlere gidildikçe, verimlilik ve doğruluk bakımından diğer formülasyonlardan genellikle daha üstündür. EMABAİD'nin RWG fonksiyonlarıyla ayrıklaştırılması sonucunda

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} \\ \bar{Z}_{21} & \bar{Z}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \quad (1)$$

<sup>†</sup>Bu çalışma, TÜBİTAK (105E065, 105E172 ve 107E136), Türkiye Bilimler Akademisi (LG/TÜBA-GEBİP/2002-1-12), ASELSAN ve SSM tarafından desteklenmektedir.



**Şekil 1.** Boyutları  $0.41 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$  olan diyelektrik prizmalardan oluşan 10 katmanlık yapının (a) 20 GHz'te ve (b) 30 GHz'te iteratif çözümleri.

şeklinde  $2N \times 2N$  boyutlarında yoğun matris denklemleri elde edilir. Bu matris denklemlerinin Krylov altuzay yöntemleriyle iteratif olarak çözülmesiyle, eşdeğer akımlara ait bilinmeyen katsayılar ( $x$  ve  $y$  vektörleri) elde edilir. Böylece, saçılan elektrik ve manyetik alanlar istenilen gözlem noktalarında hesaplanabilir.

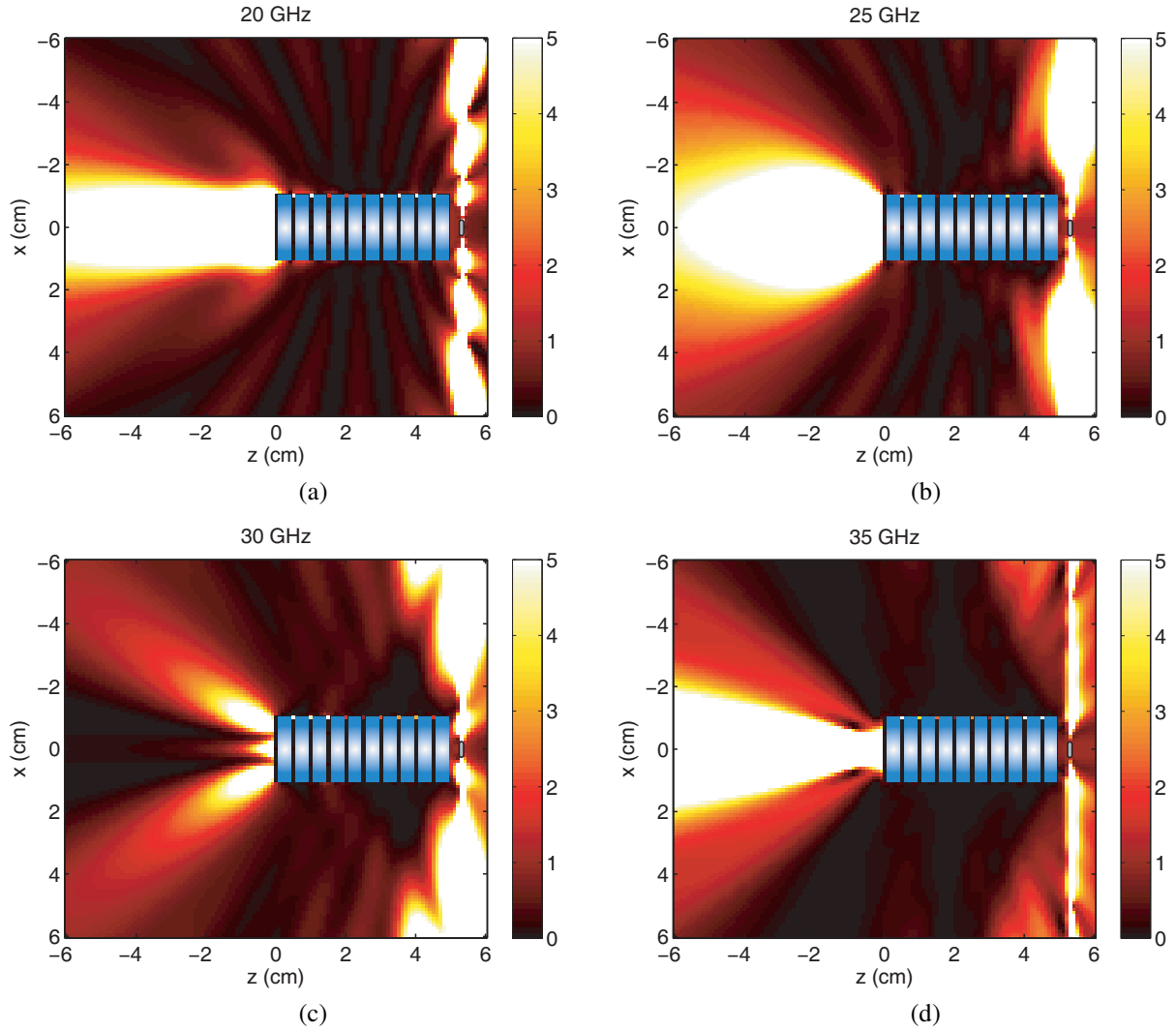
ÇSHÇY sayesinde iteratif yöntemlerin ihtiyaç duyduğu matris-vektör çarpımları  $O(N \log N)$  karmaşıklığıyla gerçekleştirilebilir. Bu yöntemde RWG fonksiyonları arasındaki elektromanyetik etkileşimler gruplar bazında ve çok seviyeli olarak hesaplanır. Diyelektrik problemlerin çözümlerinde ÇSHÇY'nin hem iç, hem de dış ortam için ayrı ayrı uygulanması gerekmektedir. Bu doğrultuda, demetleme, öteleme ve dağıtma gibi ÇSHÇY aşamaları iki farklı ağaç yapısı üzerinde gerçekleştirilir. Demetleme işlemleriyle elektrik ve manyetik akımlardan ışılan elektromanyetik dalgalar hesaplanır. Öteleme ve dağıtma işlemleri sayesinde test fonksiyonlarına gelen dalgalar hesaplanır. Son olarak, gelen elektrik ve manyetik alanların test edilmesiyle matris-vektör çarpımları gerçekleştirilmiş olur.

### 3. İteratif Çözümler

Yoğun matris denklemlerinin iteratif çözümleri için literatürde pek çok Krylov altuzayı metodu bulunmaktadır. Periyodik diyelektrik katmanlar üzerinde yapılan karşılaştırmalar sonucunda, GMRES metodunun diğer metodlara göre daha hızlı çözümler verdiği tespit edilmiştir. Yakınsamaların daha da hızlandırılması amacıyla öniyleştirici teknikler kullanılmıştır. Bu teknikler arasında özellikle dört parçalı blok-diyagonal öniyleştiricisinin (4PBDÖ) çözümlerin verimini önemli derecede artırdığı gözlemlenmiştir. Bu öniyleştirici birbirlerine çok yakın RWG fonksiyonları arasındaki etkileşimlerin kullanılmasıyla oluşturulmaktadır. Ortaya çıkan blok-diyagonal yapıdaki öniyleştirici matrisinin hem oluşturulması hem de iterasyonlar esnasında kullanılması son derece verimlidir.

### 4. Sayısal Örnekler

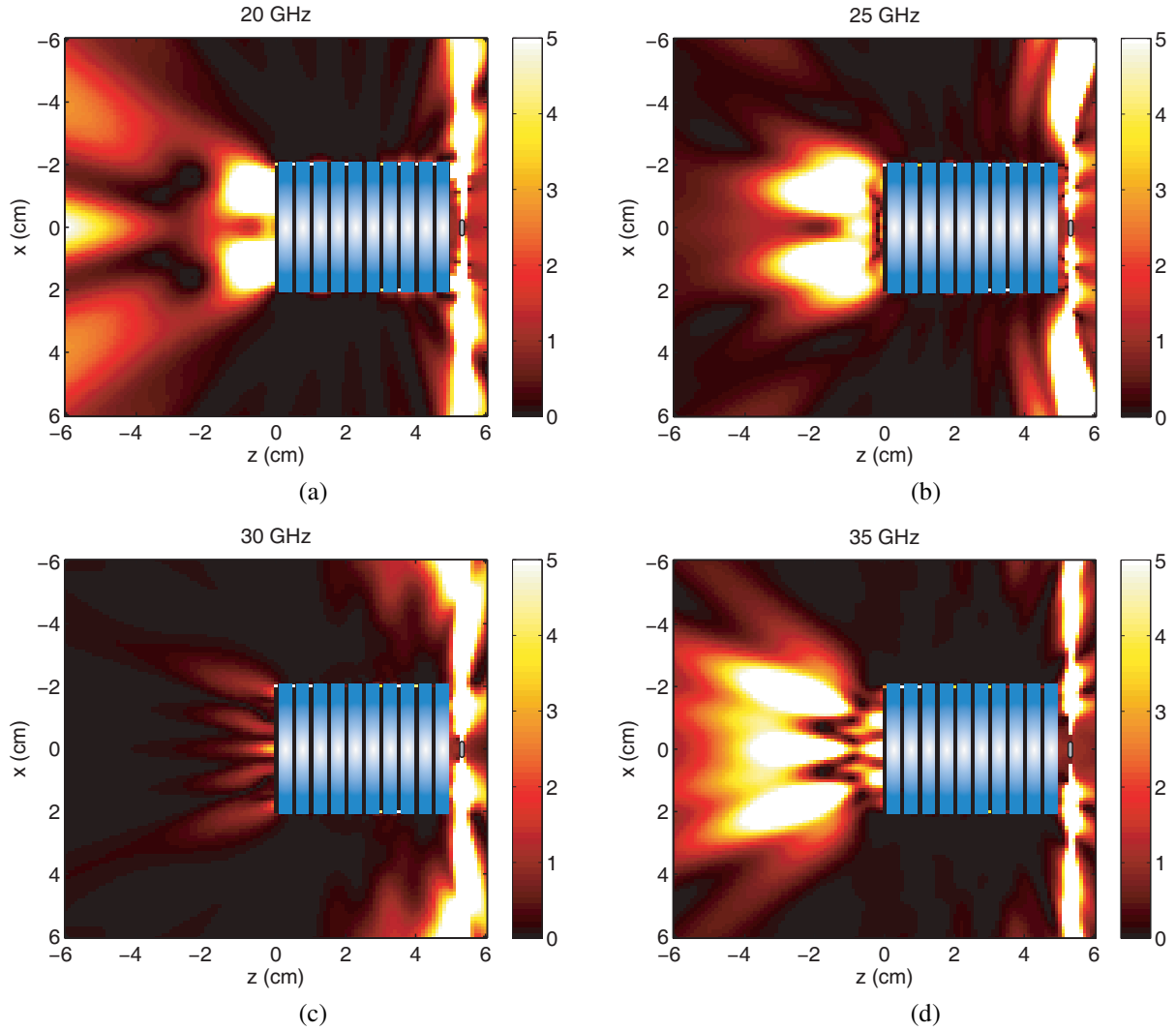
Bu çalışmadaki benzetimlere örnek olarak, boyutları  $0.41 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$  ve  $0.41 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$  olan prizmalardan oluşan 10 katmanlık yapılar ele alınmıştır. Elektromanyetik geçirgenliğin incelenmesi amacıyla, bu yapılar dipol antenlerle aydınlatılmış ve saçılan elektromanyetik alanlar yapıların etrafında hesaplanmıştır. Frekans 20 GHz–40 GHz aralığında seçildiğinde, bu yapıların dalgaboyunun onda birinden küçük üçgenlerin kullanılmasıyla ayrıklaştırmaları sonucunda 77,400 ve 262,920 bilinmeyenli matris denklemleri oluşturulmuş ve çözülmüştür. Şekil 1'de  $0.41 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$  boyutlarındaki katmanlardan oluşan yapı için iteratif çözümler sunulmuştur. Frekansın 20 GHz ve 30 GHz olduğu çözümlerde, kalan iteratif hata gerçekleştirilen matris-vektör çarpımlarının sayısına bağlı olarak gösterilmiştir. Her iki frekansta da, GMRES metodunun bir başka Krylov altuzayı metodu olan BiCGSTAB'ye göre çok daha verimli çözümler verdiği gözlemlenmektedir. Ayrıca, 20 GHz'de, hem GMRES, hem de BiCGSTAB çözümleri 4PBDÖ'nün kullanılmasıyla hızlanmaktadır.



**Şekil 2.** Boyutları  $0.41 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$  olan dielektrik prizmalardan oluşan 10 katmanlık yapının (a) 20 GHz'te, (b) 25 GHz'te, (c) 30 GHz'te ve (d) 35 GHz'te güç geçirgenliği.

Bu öniyleştiriciden sağlanan hızlanma 30 GHz'de daha azdır. Ancak, 4PBDÖ'nün getirdiği hesaplama yükü son derece az olduğundan, bu öniyleştiricinin her frekansta kullanılmasında bir sakınca görülmemektedir.

Şekil 2'de,  $0.41 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$  boyutlarındaki katmanlardan oluşan yapı için 20 GHz, 25 GHz, 30 GHz ve 40 GHz'te hesaplanan güç geçirgenliği değerleri gösterilmiştir. Dipol anten yapıyı sağ tarafından aydınlatmakta ve iletim bölgesi yapının solunda bulunmaktadır. Geçirgenlik değerleri frekansa bağlı olarak incelendiğinde, yapının 30 GHz haricinde saydam olduğu ve elektromanyetik dalgaları ilettiği gözlemlenmektedir. Frekans 30 GHz olduğunda ise, teorik analizlerden beklendiği gibi, yapı donuklaşmakta ve güç geçirgenliği değerleri önemli ölçüde düşmektedir. Öte yandan, katmanların sonsuz kabul edildiği analizlerden farklı olarak, geçirgenlik değerleri iletim bölgesinde düzenli olarak düşük seviyelerde değildir. Özellikle yapının köşelerine yakın bölgelerde geçirgenlik artmaktadır. Bu ideal olmayan durum yapıların sonlu kabul edildiği yüksek doğrulukta çözümler sonucunda gözlemlenebilmektedir. Şekil 3'te,  $0.41 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$  boyutlarındaki katmanlardan oluşan yapı için güç geçirgenliği değerleri sunulmuştur. Yapının büyümesiyle birlikte, 30 GHz'te donuklaşan yapının gölgeleme etkisi artmaktadır. Ancak, bu durumda bile yapının solunda güç geçirgenliğinin yükseldiği bölgeler bulunmaktadır. Ayrıca, cismin saydam olduğu diğer frekanslarda güç geçirgenliği değerleri gözlem noktasına bağlı olarak artıp azalan örüntüler oluşturmaktadır.



**Şekil 3.** Boyutları  $0.41 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$  olan diyelektrik prizmalardan oluşan 10 katmanlık yapının (a) 20 GHz'te, (b) 25 GHz'te, (c) 30 GHz'te ve (d) 35 GHz'te güç geçirgenliği.

## 5. Sonuç

İntegral denklemlerinin ve ÇSHÇY'nin kullanılmasıyla geliştirilen benzetim ortamında sonlu periyodik katmanlardan oluşan çeşitli yapılar ele alınmıştır. Katmanların sonlu kabul edildiği benzetimler sayesinde bu yapıların elektromanyetik geçirgenlik özellikleri çok daha gerçekçi ve doğru olarak incelenebilmektedir.

## Kaynaklar

- [1] S. T. Peng, T. Tamir ve H. L. Bertoni, "Theory of periodic dielectric waveguides," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, cilt 23, no. 1, s. 123–133, Ocak 1975.
- [2] J. Song, C.-C. Lu ve W. C. Chew, "Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, cilt 45, no. 10, s. 1488–1493, Ekim 1997.
- [3] P. Ylä-Oijala ve M. Taskinen, "Application of combined field integral equation for electromagnetic scattering by dielectric and composite objects," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, cilt 53, no. 3, s. 1168–1173, Mart 2005.
- [4] Ö. Ergül ve L. Gürel, "Diyelektrik cisimlerin iteratif çözümünde integral denklemleri formülasyonlarının incelenmesi," *URSI-Türkiye 2006 Bilimsel Kongresi*, Ankara, Türkiye, 2006, s. 46–48.